



1 ŠVESTINĖS 12kl. (A)

15. Išvestinės: $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$, $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g^2(x)}$,

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x);$$

$$(\sin x)' = \cos x, (\cos x)' = -\sin x, (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, (a^x)' = a^x \ln a, (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}.$$

16. Funkcijos $y = f(x)$ grafiko liestinės, liečiančios funkcijos grafiką taške $(x_0; f(x_0))$, lygtis:

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0);$$

čia $f'(x_0)$ – liestinės krypties koeficientas.

2 psl
PROGRAMA

FORMULYNAS (A)

RIBA $\rightarrow$ APIORĖŽIMAS $\rightarrow$ SKAIČIAVIMAI $\rightarrow$ OPTIMIZAVIMO
UŽDAVINIAI,
FUNKCIJOS TYRIMAS.

2024 m. (B)
PVZ. (pakeičia)

①

Raskite funkcijos $y = [f(x) = x^3 - x^2 - 5x - 1]$ išvestinę.

$$x^3 - x^2 - 5x - 1$$

$$x^3 \rightarrow x^3^{-1}$$

$$3x^2$$

$$x^2$$

$$x^2 \rightarrow x^2^{-1}$$

$$2x^1$$

$$5x^1$$

$$5x^1 \rightarrow 5x^{1-1}$$

$$1 \cdot 5x^0$$

$$1x^0$$

$$1x^0 \rightarrow 1x^{0-1}$$

$$0 \cdot 1x^{-1}$$

$$3x^2 - 2x - 5 - 0$$

$$\text{Ats.: } f'(x) = 3x^2 - 2x - 5$$

NU IR KAS?

2

Duota funkcija $f(x) = x^3 - x^2 - 5x - 1$.

Nustatykite, su kuriomis x reikšmėmis šios funkcijos reikšmės didėja.

✓ 2024 m. pak.

$$f(x) \uparrow$$

$\Leftrightarrow$

$$f'(x) > 0$$

išvestinė

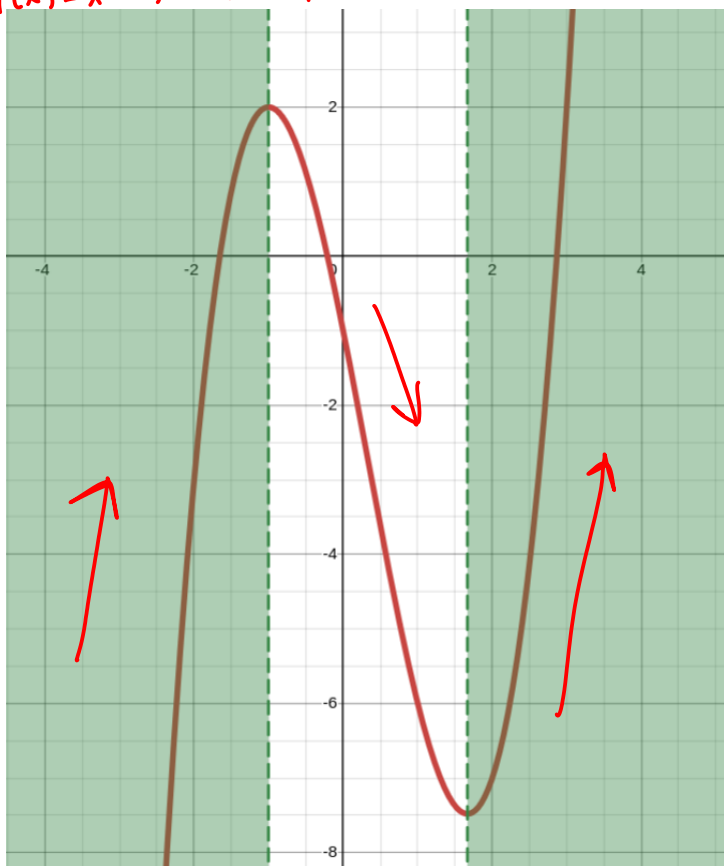
$$f'(x) = 3x^2 - 2x - 5$$

$$3x^2 - 2x - 5 > 0$$

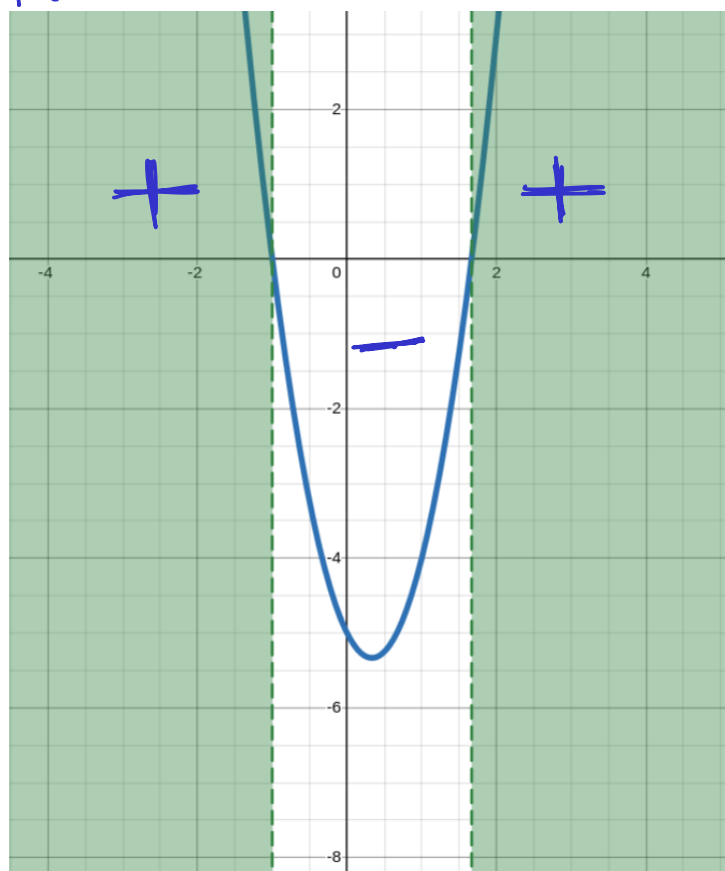
$$x \in (-\infty; -1) \cup (\frac{5}{3}; +\infty)$$

viskas. čia atsakymas

$$f(x) = x^3 - x^2 - 5x - 1$$



$$f'(x) = 3x^2 - 2x - 5$$



$$f(x) \uparrow$$

$\Leftrightarrow$

$$f'(x) > 0$$

$$f(x) \downarrow$$

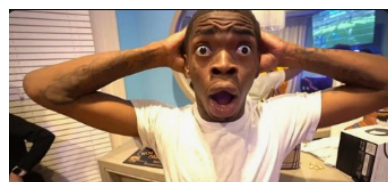
$\Leftrightarrow$

$$f'(x) < 0$$

$$f(x) \curvearrowright \cup \curvearrowleft$$

$\Leftrightarrow$

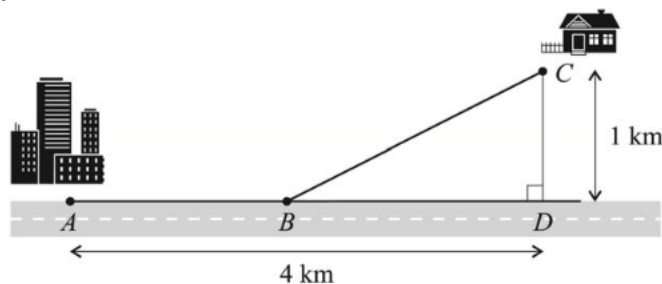
$$f'(x) = 0$$



3

25. Telekomunikacijų kabelis turi būti nutiestas iš taško A rajono centre į laukuose esančios kaimo turizmo sodybos tašką C (žr. pav.). Kabelį galima tiesti arba tik laukais, arba ir paplente, ir laukais. Atstumas nuo kaimo turizmo sodybos taško C iki artimiausio paplentės taško D yra 1 km. Taškas A yra nutolęs nuo taško D 4 km atstumu. Nutiesti 1 km kabelio paplente kainuoja 1000 Eur, o laukais – 1250 Eur.

✓ 2014 pak.

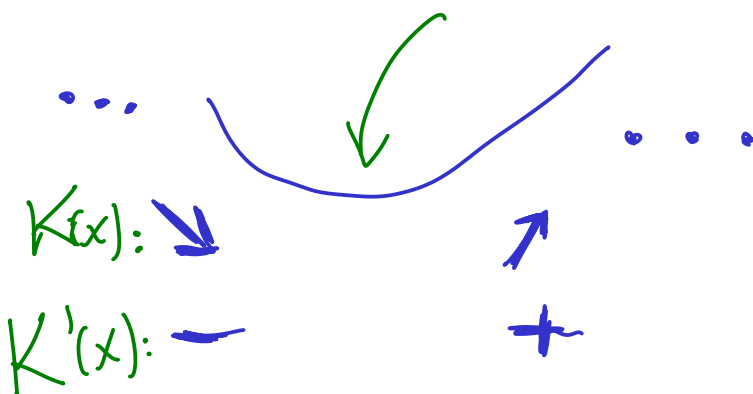


- 25.1. Pažymėję atstumą $BD = x$ km, parodykite, kad kabelio tiesimo iš taško A į tašką C kaina (eurais) yra $K(x) = 250(5\sqrt{1+x^2} - 4x + 16)$, $0 \leq x \leq 4$.

(2 taškai)

- 25.2. Nustatykite x reikšmę, su kuria kabelio tiesimo iš taško A į tašką C kaina būtų mažiausia.

(4 taškai)



$$\begin{aligned} f(x) \uparrow &\Leftrightarrow f'(x) > 0 \\ f(x) \downarrow &\Leftrightarrow f'(x) < 0 \\ f(x) \text{ min} &\Leftrightarrow f'(x) = 0 \end{aligned}$$

$$K'(x) = 0$$

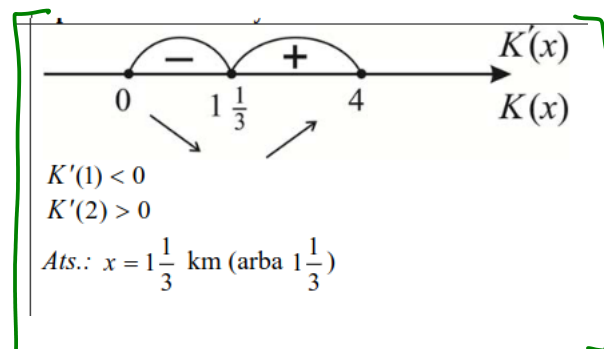
$$K'(x) = 250 \cdot \frac{5x - 4\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$250 \cdot \frac{5x - 4\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}} = 0$$

$$x^2 = \frac{16}{9}$$

$$x = \frac{4}{3} \text{ arba } x = -\frac{4}{3} \text{ (netinka)}$$

+3t.



+1t.

ANE?

④ $3x^2 \xrightarrow{f'(x)} 6x$?

$f'(x) := \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

↑ APIBRĒŽĪMAS
RIBA →

RIBA?

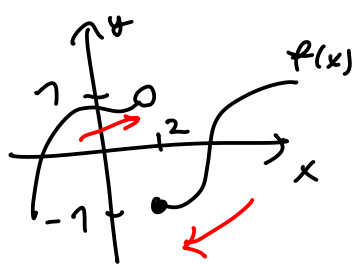
$\Delta x \rightarrow 0$
"iš esmes"
 $\Delta x = 0$ ir galima
daļiņā ir 0.

$$\begin{aligned} (3x^2)' &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3(x+\Delta x)^2 - 3x^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{6x \cdot \Delta x + \Delta x^2}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x (6x + \Delta x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 6x + \Delta x = 6x + 0 = \underline{6x}. \end{aligned}$$

KAS TA RIBA?

KAS PER APIBRĒŽĪMAS?

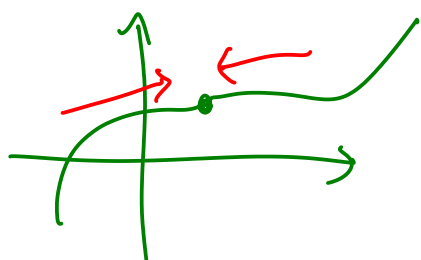
⑤



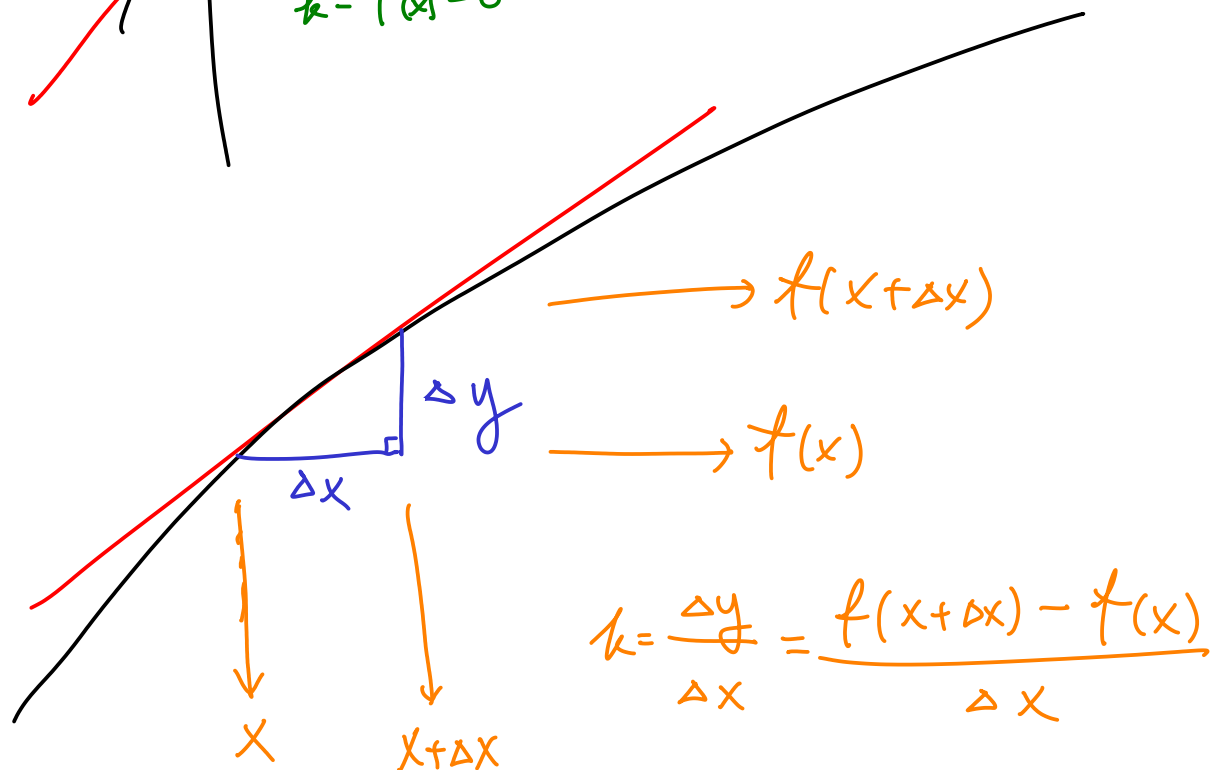
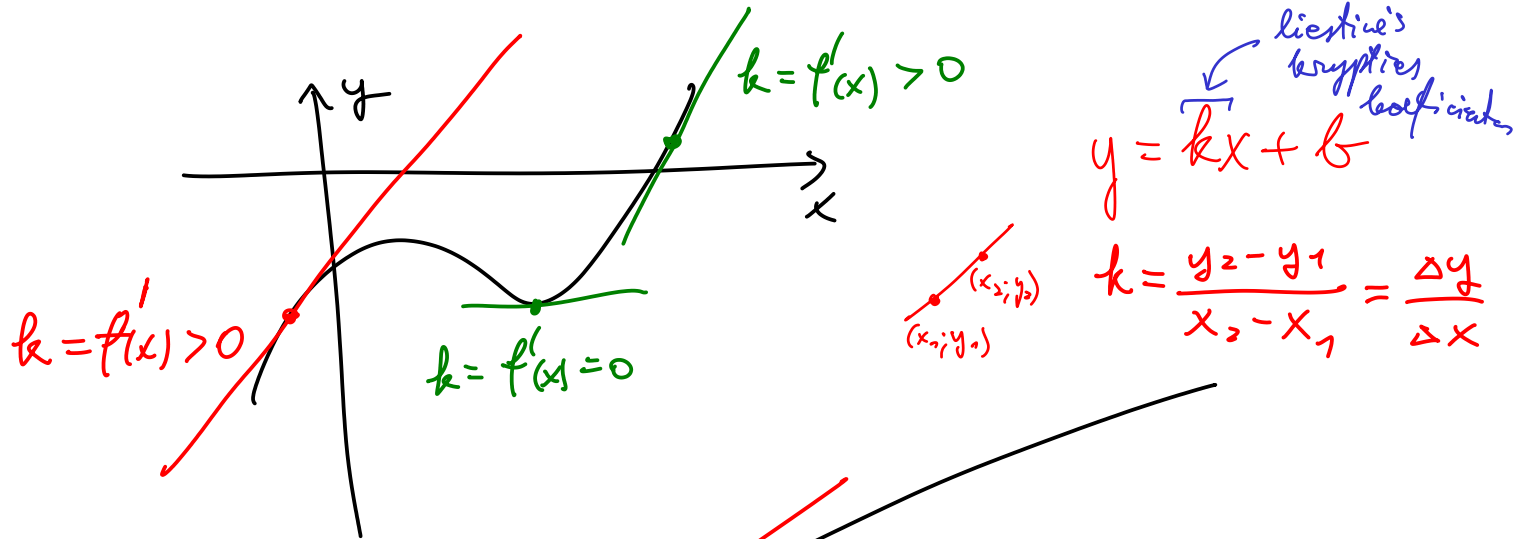
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -1 = f(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1 \neq f(2)$$

TOLYDI



$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$



KAS TAS
 "IS ESMEES"
 $\Delta x = 0$?

⑥* ← reprogramming's

← RIBA

Definition: Limit

Let c and L be real numbers. The function f has limit L as x approaches c if, given any positive number ϵ , there is a positive number δ such that for all x ,

$$0 < |x - c| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon$$

We write $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$

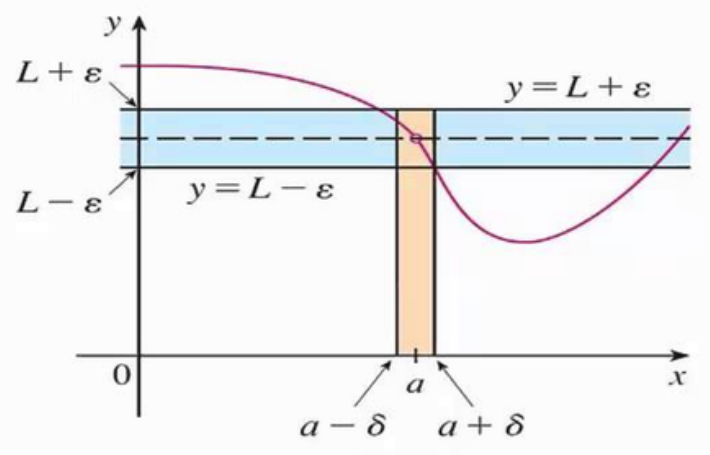


Figure 6

123. Prove the statement using the epsilon-delta definition of the limit.

$\lim_{x \rightarrow 3} (4x + 5) = 17$ $\delta = \frac{\epsilon}{4}$ ϵ and δ

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ $|f(x) - L| < \epsilon$ $|x - a| < \delta$

$|f(x) - L| = |(4x + 5) - 17|$ $|x - 3| < \delta$

$= |4x - 12|$ $4|x - 3| < 4\delta$

$= 4|x - 3| < 4\delta$ $|f(x) - L| < 4(\frac{\epsilon}{4})$

$|f(x) - L| < 4\delta$ $|f(x) - L| < \epsilon$