

11 kl. Trigonometrija

NAGLIS [ŠIMTUKAS.LT]

2026-10-22

<https://drive.google.com/file/d/1biOk9ORheDV4CwdaAdkDg08nU0xGlcM/view>

3. Trigonometrija:

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha,$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha,$$

$$\operatorname{tg}(2\alpha) = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha},$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}.$$

$\alpha =$	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha =$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha =$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha =$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-

formulės

9PSP.
PROGRAMA

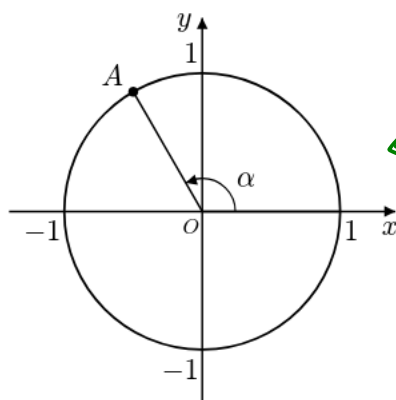


APIBRĖŽIMAS → TIKSLIAI ir → SAVYBĖS
APYTIKSLIAI

7

Brėžinyje pavaizduotas vienetinis apskritimas.
Posūkio kampo α spindulys kerta apskritimą taške

$A\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Apskaičiuokite $\operatorname{tg} \alpha$ reikšmę.



A $\sqrt{3}$ B $-\sqrt{3}$ C $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D $-\frac{1}{2}$

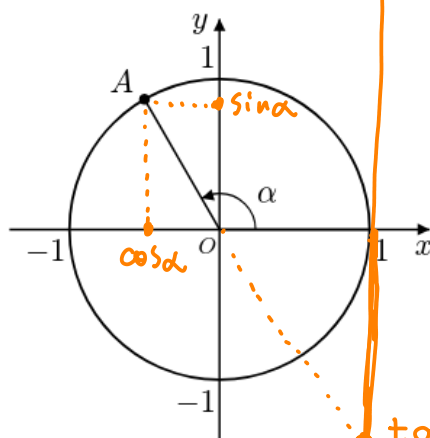
Žr. atsakymą

← unit circle

← iš wzduoty.simtuka.lt



← tangenty tiesė



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$A\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

↑ x
↑ y
cos α sin α

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}$$

②

$$\cos(-90^\circ) = 0$$

$$\sin \frac{3\pi}{2} = -1$$

$$\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$$

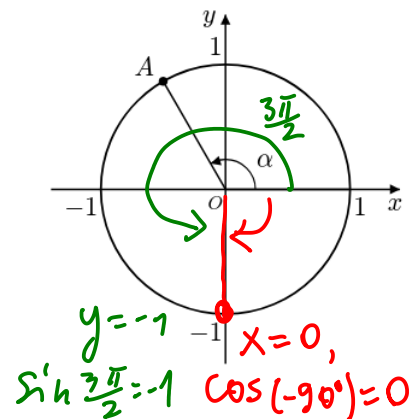
$$\sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} \pi = \frac{\sin \pi}{\cos \pi} = \frac{0}{-1} = 0$$

$$\sin 14^\circ \approx 0,24$$

$$\sin 14 \approx 0,99$$

$\alpha =$	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha =$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha =$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha =$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—



③

Reiškinio $5 \cdot \operatorname{tg}(-\alpha) + 2 \cdot \sin(\alpha + 360^\circ)$ reikšmė yra lygi -14 . Apskaičiuokite $\sin \alpha$ reikšmę, jei žinoma, kad $\operatorname{tg} \alpha = 3$.

$\rightarrow -\operatorname{tg} \alpha$ (nelyginė f-jė)
 $\rightarrow \sin \alpha$ (periodinė f-jė)

(2 t.)

u24797

[Suskleisti](#)



Sprendimas

Supaprastiname reiškinių naudodami savybes

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha \text{ ir}$$

$$\sin(\alpha + 360^\circ) = \sin \alpha:$$

$$5 \cdot (-\operatorname{tg} \alpha) + 2 \cdot \sin \alpha = -14,$$

$$-5 \cdot \operatorname{tg} \alpha + 2 \cdot \sin \alpha = -14.$$

I gautą lygtį įstatome žinomą reikšmę $\operatorname{tg} \alpha = 3$:

$$-5 \cdot 3 + 2 \cdot \sin \alpha = -14,$$

$$-15 + 2 \cdot \sin \alpha = -14,$$

$$2 \cdot \sin \alpha = 1,$$

$$\sin \alpha = 0,5.$$

0,5

4

Suprastinkite trigonometrinį reiškinį:

(1 t.)



u24623



$$\frac{2 \cos^3 \alpha - \cos \alpha}{\cos(2\alpha)}.$$

[Žr. atsakymą](#)

$$\rightarrow \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha,$$

$$\rightarrow 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Sprendimas

Skaitiklyje išskeliame bendrąjį dauginamąjį $\cos \alpha$:

$$\frac{2 \cos^3 \alpha - \cos \alpha}{\cos(2\alpha)} = \frac{\cos \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1)}{\cos(2\alpha)}.$$

Naudojame dvigubojo kampo kosinuso formulę:

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha.$$

Kadangi $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$, tai:

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha),$$

$$\cos(2\alpha) = 2 \cos^2 \alpha - 1.$$

Todėl:

$$\frac{\cos \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1)}{\cos(2\alpha)} = \frac{\cos \alpha \cos(2\alpha)}{\cos(2\alpha)} = \cos \alpha.$$

$\cos \alpha$